

Aufgabe 13:

Die Patienten einer Praxis für Kardiologie sollen aufgrund ihres EKG-Ergebnisses $X \in \{N, S\}$ in zwei Klassen $Y \in \{1, 2\}$ eingeteilt werden. Ein Patient wird der Klasse 1 zugeordnet, wenn er *kein erhöhtes Risiko* für Herzprobleme hat, und der Klasse 2, wenn er ein *erhöhtes Risiko* für Herzprobleme hat.

Die bedingte Verteilung der EKG-Ergebnisse in den beiden Klassen und die a priori Wahrscheinlichkeiten für die jeweilige Klassenzugehörigkeit ist durch die folgende Tabelle gegeben:

	X		a priori Wahrscheinlichkeiten
	N (EKG normal)	S (EKG schlecht)	
Klasse 1 (nicht erhöht)	0.95	0.05	p
Klasse 2 (erhöht)	0.10	0.90	$1 - p$

- (a) Bestimmen Sie die Bayes-Zuordnung in Abhängigkeit vom Parameter p . Ist keine eindeutige Zuordnung möglich, so erfolgt eine Zuordnung zu Klasse 1.
- (b) Bestimmen Sie für $p = 0.2$ die individuellen Fehlerraten ϵ_{12} und ϵ_{21} .
- (c) Bestimmen Sie für $p = 0.2$ die Gesamtfehlerrate ϵ .
- (d) Bestimmen Sie die ML-Zuordnung. Welche Fehlerraten ergeben sich für diese?
- (e) Es ist schlimmer, einen Patienten mit erhöhtem Risiko als risikofrei einzustufen (und daher keine Behandlung anzufangen), als bei einem Patienten ohne Risiko eine weitere, eigentlich unnötige Untersuchung durchzuführen. Deswegen werden Kosten für die Fehleinstufung eingeführt.
Wie lautet die kostenoptimale Zuordnungsregel für $p = 0.2$ bei Verwendung der folgenden Kostentabelle?

c_{ij}	1	2
1	0	1
2	5	0